1) Per la produzione di una merce un’impresa sostiene un costo per ogni unità prodotta di 360 euro, una spesa per la manutenzione degli impianti pari al 6% del quadrato del numero di unità prodotte e un costo fisso mensile di 21.600 euro. La domanda è espressa dalla relazione x = 2400 –2 p.

a) Qual è il massimo utile se il vincolo di produzione è di 900 unità al mese?
b) Qual è il massimo utile, se il vincolo di produzione è di 600 unità al mese?

c) In quale regime opera l’impresa? Da che cosa lo deduci?

esercizio 1

C $y = \frac{6}{100}x^2 + 360x + 21600$

R $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1200x$

U $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{6}{100}x^2 + 1200x - 360x - 21600$

$y = -\frac{14}{25}x^2 + 840x - 21600$

x = unità prodotte in un mese $x \in \mathbb{N}$

$x = 2400 - 2p$

$\frac{2p}{2} = \frac{2400 - x}{2}$

$p = 1200 - \frac{1}{2}x$

$V_U\,x = \frac{-b}{2a} = \frac{-840}{2\left(-\frac{14}{25}\right)} = -840 : \left(-\frac{28}{25}\right) = -\cancel{840} \cdot \left(-\frac{25}{\cancel{28}}\right) = 750$

$y = f(x)$ $y = f(750)$

$y = 293400$

a) se il vincolo è di 900 il massimo utile si ottiene producendo 750 unità ed è di 293 400 euro

b) se il vincolo è di 600 il massimo utile è uguale al vincolo e perciò si ottiene producendo 600 unità ed è di 280 800 euro

$y = f(x)$ $y = f(600)$

c) l'impresa opera in un regime di monopolio, lo deduco dal fatto che abbiamo solo la domanda e non l'offerta

BEP $\begin{cases} C \\ R \end{cases} \begin{cases} y = \frac{6}{100}x^2 + 360x + 21600 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 1200x \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 1200x = \frac{6}{100}x^2 + 360x + 21600 \\ \text{idem} \end{cases}$

$\begin{cases} -\frac{14}{25}x^2 + 840x - 21600 = 0 \\ \text{idem} \end{cases}$ $\Delta = b^2 - 4ac = 705600 - 4\left(-\frac{14}{25}\right)(-21600) = 657216$

$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-840 \pm \sqrt{657216}}{-\frac{28}{25}} = \\ \text{idem} \end{cases}$ $\frac{-840 - \sqrt{657216}}{-1,12} \simeq 1473,83$; $\frac{-840 + \sqrt{657216}}{-1,12} \simeq 26,17$

BEP1 $\begin{cases} x = 26,17 \\ y = -\frac{1}{2}(684,87) + 1200(26,17) \end{cases}$ BEP2 $\begin{cases} x = 1473,83 \\ y = -\frac{1}{2}(2172174,87) + 1200(1473,83) \end{cases}$

$\begin{cases} x = 26,17 \rightarrow 27 \\ y = 31061,57 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1473,83 \rightarrow 1473 \\ y = 682508,57 \end{cases}$

d) Quali sono i limiti di produzione entro i quali l’impresa non risulta in perdita? E’ necessario arrotondare i risultati? Se sì spiega perché e in che modo vanno arrotondati.

e) Senza effettuare il grafico, spiega qual è la forma del grafico del costo, dove si trova il suo minimo teorico e se questo è significativo dal punto di vista economico

d) I limiti sono i due punti di BEP che vanno approssimati:
- BEP 1 per eccesso, perciò 27
- BEP 2 per difetto, perciò 1473 r

perchè altrimenti avremmo in corrispondenza di questi due punti un utile negativo. r

rivolta verso l'alto

e) il costo è una parabola, il suo minimo teorico è il vertice, cioè -3000 e no, non è importante dal punto di visto economico.

2) Data la seguente tabella, spiega il significato dei valori delle ultime due colonne (variazione 1 e variazione 2) e spiega, effettuando gli opportuni passaggi, quali calcoli si devono effettuare per ottenere tali valori relativamente alla riga del 15 febbraio (/15 punti)

ata rilev	sito rilevazione	quotazione	num azior	variazione 1	variazione 2
14-dic	borsa italiana	5,635	7000	-	-
11-gen	borsa italiana	6,43	7000	14,1083	14,1083
18-gen	borsa italiana	6,485	7000	0,8554	15,0843
25-gen	borsa italiana	6,19	5000	-4,5490	9,8492
01-feb	borsa italiana	6,16	5000	-0,4847	9,3168
08-feb	borsa italiana	6,98	5000	13,3117	23,8687
15-feb	borsa italiana	7,16	5000	2,5788	27,0630
22-feb	borsa italiana	7,18	2000	0,2793	27,4179
01-mar	borsa italiana	7,28	2000	1,3928	29,1925

la colonna della variazione 1 utilizza un indice mobile mentre la colonna della variazione 2 un indice fisso.

indice mobile

l'indice mobile prende come punto di riferimento il valore precedente, ad es. il 15/02 la quotazione è di 7,16 per fare l'indice mobile dividiamo 7,16 per il valore precedente, cioè, 6,98 e moltiplichiamo per 100.

15/feb 7,16

$$\frac{7,16}{6,98} \cdot 100 = 102,5788$$

in questo caso poi, il 100 è stato sottratto per riuscire ad avere una visione più immediata della variazione che vi è stata tra 15 febbraio e l'8 febbraio.

$$102,5788 - 100 = 2,5788.$$

indice fisso

lo stesso discorso vale per l'indice fisso, l'unica differenza è che prendiamo come punto di riferimento sempre il 1° valore, in questo caso 5,635. perciò:

$$\frac{7,16}{5,635} \cdot 100 = 127,0630$$

$$127,0630 - 100 = 27,0630$$

Quindi i valori della colonna “VARIAZIONE 1” rappresentano la variazione percentuale della quotazione del titolo rispetto alla quotazione della settimana precedente

I valori della colonna “VARIAZIONE 2” rappresentano la variazione percentuale della quotazione del titolo rispetto alla quotazione della prima settimana considerata (14 dicembre)

3) Date le seguenti equazioni:

$$3y^2 = -3x^2 + 6x \qquad x^2 - y^2 + 6x - 2y - 3 = 0 \qquad 9 - x^2 - y^2 = 0$$

Stabilisci quali rappresentano una circonferenza e di esse determina centro e raggio

esercizio 3

$3y^2 = -3x^2 + 6x$

$3y^2 + 3x^2 = 6x$

$x^2 + y^2 - 2x = 0$

SI

$C(1;0)$

$r = \sqrt{1} = 1$

$x^2 - y^2 + 6x - 2y - 3 = 0$

NO

o.k.

$9 - x^2 - y^2 = 0$

$$\frac{-x^2 - y^2 + 9}{-1} = \frac{0}{-1}$$

$x^2 + y^2 - 9 = 0$

SI

$x^2 + y^2 - 9 = 0$

$C(0;0)$

$r = \sqrt{9} = 3$

4) Determina l'equazione della circonferenza con centro nel punto $\left(-\frac{3}{2};2\right)$ e raggio 2

Determina poi le intersezioni di tale circonferenza con gli assi cartesiani

esercizio 4

$C\left(-\frac{3}{2};2\right) \qquad r=2 \qquad P(x;y)$

$$\sqrt{(x_P-x_C)^2+(y_P-y_C)^2}=r$$

$$\sqrt{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2}=2$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2=4$$

$$x^2+\frac{9}{4}+3x+y^2\cancel{+4}-4y\cancel{-4}=0$$

$$x^2+y^2+3x-4y+\frac{9}{4}=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=16-4(1)\left(+\frac{9}{4}\right)=16-9=7$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+3x-4y+\frac{9}{4}=0 \\ x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2-4y+\frac{9}{4}=0 \\ x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_{1,2}=\frac{+4\pm\sqrt{7}}{2} \\ \text{idem} \end{cases} \quad \begin{matrix} \frac{+4+\sqrt{7}}{2} \\ \frac{+4-\sqrt{7}}{2} \end{matrix}$$

$$\left(0;\frac{+4-\sqrt{7}}{2}\right) \qquad \left(0;\frac{+4+\sqrt{7}}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+3x-4y+\frac{9}{4}=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+3x+\frac{9}{4}=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta=b^2-4ac=9-4\left(\frac{9}{4}\right)=0; \quad x_{1,2}=\frac{-3\pm0}{2}=\frac{-3}{2} \\ y=0 \end{cases}$$

doppia

$$\left(-\frac{3}{2};0\right)$$

(è tangente in questo punto)