1) Risolvi le seguenti equazioni e scrivi le soluzioni reali in ordine crescente, indicando se sono multiple e quante sono le eventuali soluzioni non reali:

$$(2x+3)^3(3x-1)^2 = 0$$

$(2x+3)^3(3x-1)^2 = 0$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ (tripla)

$3x-1=0 \Rightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ (doppia)

$S = \left\{ -\frac{3}{2} \text{ (tripla)}; \frac{1}{3} \text{ (doppia)} \right\}$

$$(x-1)^3 = x^2(x-1)$$

$(x-1)^3 = x^2(x-1)$

$x^3 - 1 - 3x^2 + 3x = x^3 - x^2$

$\cancel{x^3} - 1 - 3x^2 + 3x - \cancel{x^3} + x^2 = 0$

$-2x^2 + 3x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(-2)(-1) = 9 - 8 = 1$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{-4} = \begin{cases} \frac{-3+1}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \\ \frac{-3-1}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1 \end{cases}$

$S = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$

$$\frac{7+5x}{x^2-x} = \frac{2}{1-x}$$

$\frac{7+5x}{x^2-x} = \frac{2}{1-x}$

$\frac{7+5x}{x(x-1)} + \frac{2}{x-1} = 0$

C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 1$

$\frac{7+5x+2x}{x(x-1)} = 0$

$\frac{7x+7}{x(x-1)} = 0$

$\cancel{D} \cdot \frac{7(x+1)}{\cancel{x(x-1)}} = 0 \cdot D$

$7(x+1) = 0$

$x = -1$

$S = \{-1\}$

$9x^5 - 4x^3 = 0$

$9x^5 - 4x^3 = 0$

$x^3(9x^2-4)=0$

$x^3(3x+2)(3x-2)=0$

$x=0$ (tripla)

$3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

$3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$

$S=\left\{-\frac{2}{3};\ 0\ (\text{tripla});\ \frac{2}{3}\right\}$

2) Risolvi le seguenti disequazioni, esprimendo le soluzioni nei due modi che conosci:

$$\frac{1}{2-x} \le \frac{3x}{x^2-4}$$

$\frac{1}{2-x} \le \frac{3x}{x^2-4}$

$\frac{1}{2-x} - \frac{3x}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$\frac{1}{x-2} - \frac{3x}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$\frac{-(x+2)-3x}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$\frac{-x-2-3x}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$\frac{-4x-2}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$\frac{-2(2x+1)}{(x+2)(x-2)} \le 0$

$x=-2$

$x=2$

$2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

		-2		$-\frac{1}{2}$		2	
$-4x-2$	+		+	0	−		−
$x+2$	−	$\cancel{0}$	+		+		+
$x-2$	−		−		−	$\cancel{0}$	+
	+	$\nexists$	−	0	+	$\nexists$	−

$-2 < x \le -\frac{1}{2} \ \vee\ x > 2$

$\left]-2; -\frac{1}{2}\right] \cup \left]2; +\infty\right[$

$$\frac{2}{3x-3} \ge \frac{3x}{(x-1)^2}$$

$\frac{2}{3x-3} \ge \frac{3x}{(x-1)^2}$

$\frac{2}{3(x-1)} - \frac{3x}{(x-1)^2} \ge 0$

$\frac{2(x-1)-3(3x)}{3(x-1)^2} \ge 0$

$\frac{2x-2-9x}{3(x-1)^2} \ge 0$

$\frac{-7x-2}{3(x-1)^2} \ge 0$

$\frac{\cancel{-7}x}{\cancel{-7}} = \frac{2}{-7} \Rightarrow x = -\frac{2}{7}$

$x=1$

		$-\frac{2}{7}$		1	
$-7x-2$	+	0	−		−
3	+		+		+
$(x-1)^2$	+		+	$\cancel{0}$	+
	+	0	−	$\nexists$	−

$x \le -\frac{2}{7}$

$\left]-\infty; -\frac{2}{7}\right]$

3) Risolvi il seguente sistema di disequazioni: $\begin{cases} 5-2x < x(x-2) \\ (2x-3)^2 \leq 9 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5-2x < x(x-2) \\ (2x-3)^2 \leq 9 \end{cases}$$

1° DIS.

$5-2x < x(x-2)$

$5-2x < x^2-2x$

$5\cancel{-2x}-x^2\cancel{+2x} < 0$

$-x^2+5 < 0$

$\Delta = b^2-4ac = 0-4(-1)(5) = 20$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\pm\sqrt{20}}{-2} = \begin{cases} \frac{+\sqrt{20}}{-2} = \frac{2\sqrt{5}}{-2} = -\sqrt{5} \\ \frac{-2\sqrt{5}}{-2} = \sqrt{5} \end{cases}$

$-(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) < 0$

$(-x+\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) < 0$

$-x = -\sqrt{5} \Rightarrow x = \sqrt{5}$

$x = -\sqrt{5}$

		$-\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$	
$-x+\sqrt{5}$	+		+	0	−
$x+\sqrt{5}$	−	0	+		+
	−	0	+	0	−

$x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}$

2° DIS.

$(2x-3)^2 \leq 9$

$4x^2\cancel{+9}-12x\cancel{-9} \leq 0$

$4x^2-12x \leq 0$

$4x(x-3) \leq 0$

$x=0$

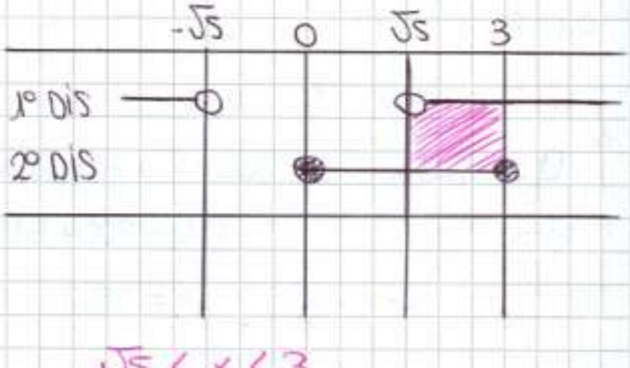
$x=3$

		0		3	
$4x$	−	0	+		+
$x-3$	−		−	0	+
	+	●	−	●	+

$0 \leq x \leq 3$

SISTEMA

$$\begin{cases} x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



$\sqrt{5} < x \leq 3$

$]\sqrt{5}; 3]$

4) Se la domanda di un bene rispetto al suo prezzo è data dalla funzione $Q = 30 - \frac{1}{4}p$ e il suo prezzo varia da 20 a 24 euro si può stabilire se tale domanda è elastica ? Spiega perché con gli opportuni passaggi.

d: $Q = 30 - \frac{1}{4}p$

$p_1 = 20$ $\quad Q_1 = 30 - \frac{1}{\cancel{4}_1}(\cancel{20}^{5}) = 30 - 5 = 25$

$p_2 = 24$ $\quad Q_2 = 30 - \frac{1}{\cancel{4}_1}(\cancel{24}^{6}) = 30 - 6 = 24$

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{q_2 - q_1}{q_1} = \frac{24-25}{25} = \frac{-1}{25} = -0{,}04 = -4\%$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{24-20}{20} = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{20}_5} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$$

$$\mathcal{E} = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{-4\%}{20\%} = -\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{20}_5} = -\frac{1}{5} = -0{,}2$$

$e = |\mathcal{E}| = |-0{,}2| = 0{,}2$

Sì, si può stabilire se tale domanda è elastica.
La domanda è rigida perché $e < 1$.

5) Che cosa è il punto di B.E.P. ? Come si determina e qual è il suo significato economico? Per spiegarlo, senza effettuare il grafico, utilizza un esempio in cui un'impresa, per produrre un certo bene, sostiene costi fissi mensili di 800 euro e costi variabili di 6 euro per ogni unità prodotta, dalla cui vendita ricava 9,20 euro

costi fissi mensili = 800€

costi variabili = 6€ per unità

ricavo = 9,20€

x = beni (unità) da produrre in un mese

$x \geq 0$

$x \in \mathbb{N}$

C: $y = 800 + 6x$

r: $y = 9{,}20x$

u: $y = 800 - 3{,}20x$

B.E.P.

$$\begin{cases} y = 800 + 6x \\ y = 9{,}20x \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ 800 + 6x = 9{,}20x \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ 6x - 9{,}20x = -800 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ -3{,}20x = -800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{idem} \\ \left(-\frac{10}{32}\right) - \frac{32}{10}x = -\cancel{800}^{25}\left(-\frac{10}{32}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} y = 800 + 6(250) \\ x = 250 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2300 \\ x = 250 \end{cases}$$

Il B.E.P. è il Break Even Point, sarebbe il punto di intersezione tra i costi e i ricavi, e si determina mettendo a sistema le loro due funzioni
Il significato economico è che producendo 250 unità del bene in un mese l'azienda non è in perdita.

Producendo esattamente 250 unità al mese il ricavo è 2300 euro ed è uguale al costo totale, quindi l'utile è uguale a zero.