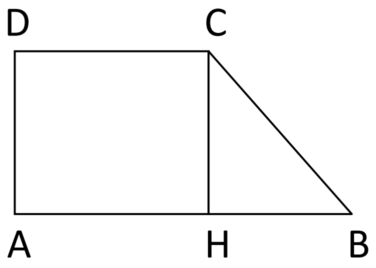
274 Un trapezio rettangolo ha il perimetro di 108 cm e l'altezza è $\frac{4}{3}$ della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore. Se la somma dell'altezza e della proiezione è uguale a 49 cm, trova l'area del trapezio. [630 cm²]



AB è la base maggiore, CD è la base minore,

AD e CH corrispondono entrambi all'altezza

HB è la proiezione del lato obliquo BC sulla base maggiore AB

Il testo del problema fornisce le seguenti relazioni: $\overline{CH} = \frac{4}{3}\overline{HB}$ $\quad \overline{CH} + \overline{HB} = 49cm \quad 2p = 108cm$

La richiesta è: determinare l'area del trapezio

Fissiamo l'incognita: $x = \overline{HB}$ (x è la misura di HB in cm.) La condizione è: $0 \le x \le 49$

Sfruttando le relazioni fornite dal problema, otteniamo $\overline{CH} = \frac{4}{3}x$

$$\overline{CH} + \overline{HB} = 49cm \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}x + x = 49 \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{3}x = 49 \quad \Rightarrow \quad x = 49 \cdot \frac{3}{7} \quad \Rightarrow \quad x = 21$$

Quindi $\overline{HB} = 21cm \qquad \overline{CH} = \frac{4}{3} \cdot 21cm = 28cm$

Per determinare la misura del lato obliquo si utilizza il teorema di Pitagora, quindi: $\overline{BC}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{HB}^2$

da cui: $\overline{BC}^2 = (28^2 + 21^2)cm^2 = 1225cm^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 35cm$

Per determinare le due basi, conviene **fissare di nuovo un'incognita** $x = \overline{CD} = \overline{AH}$ che è diversa da quella di prima che è già stata determinata. Si avrà $\overline{AB} = x + 21$

Si sfrutta ora la relazione non ancora utilizzata cioè $2p = 108cm$

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 108 \quad \Rightarrow \quad x + 21 + 35 + x + 28 = 108 \quad \Rightarrow \quad 2x = 108 - 84 \quad \Rightarrow \quad x = 12$$

Quindi $\overline{CD} = 12cm \qquad \overline{AB} = 33cm$ e l'area misura: $A = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \overline{AD}}{2} = \frac{(33+12)28}{2}cm^2 = 630cm^2$