1- Spiega che cosa sono i numeri razionali , stabilisci poi quali dei seguenti numeri sono razionali spiegandone il motivo e indica, per ognuno, qual è l'insieme numerico più piccolo che lo contiene:

$\sqrt{-9}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{7}$ 4, 17 $\sqrt[3]{-1}$ $\frac{12}{4}$ $0,1\bar{3}$ $\frac{5}{3}$

I numeri razionali sono i numeri che si possono esprimere sotto forma di frazione o in forma decimale riconducibili alla forma frazionaria.
I numeri razionali sono i numeri decimali limitati e i numeri decimali illimitati periodici

$\sqrt{-9} \Rightarrow$ non è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri complessi $\mathbb{C}$

$\sqrt{4} = 2 \Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$

$\sqrt{7} \Rightarrow$ non è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$

4,17 $\Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$

$\sqrt[3]{-1} = -1 \Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri interi relativi $\mathbb{Z}$

$\frac{12}{4} = 3 \Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$

$0,1\bar{3} \Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$

$\frac{5}{3} \Rightarrow$ è un numero razionale e l'insieme più piccolo che lo contiene è l'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$

2- Semplifica le seguenti espressioni:

$$\sqrt{18} - (2 - 3\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2}) - 3 + (1 - 3\sqrt{2})^2$$

$$\sqrt{18} - (2 - 3\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2}) - 3 + (1 - 3\sqrt{2})^2 =$$
$$= \sqrt{3^2 \cdot 2} - (2 + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 6\sqrt{4}) - 3 + 1 - 6\sqrt{2} + 9\sqrt{4} =$$
$$= \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} - (2 + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 12) - 3 + 1 - 6\sqrt{2} + 18 =$$
$$= 3\sqrt{2} - 2 - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 12 - 3 + 1 - 6\sqrt{2} + 18 =$$
$$= -4\sqrt{2} + 26$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{50}-3\sqrt{45}+\frac{3}{2}\sqrt{20}-\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{50}-3\sqrt{45}+\frac{3}{2}\sqrt{20}-\sqrt{\frac{45}{4}}=$$
$$=\frac{1}{3}\sqrt{5^2\cdot 2}-3\sqrt{3^2\cdot 5}+\frac{3}{2}\sqrt{5\cdot 2^2}-\frac{\sqrt{3^2\cdot 5}}{\sqrt{4}}=$$
$$=\frac{5}{3}\sqrt{2}-9\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{5}}{2}=$$
$$=\frac{5}{3}\sqrt{2}-6\sqrt{5}-\frac{3}{2}\sqrt{5}=\frac{5}{3}\sqrt{2}-\frac{15}{2}\sqrt{5}$$

3-Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni:

$$\frac{3+\sqrt{15}}{3+2\sqrt{5}} \qquad \frac{3+\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \qquad \frac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \qquad \frac{12}{\sqrt{20}}$$

$$\frac{3+\sqrt{15}}{3+2\sqrt{5}}=\frac{(3+\sqrt{15})(3-2\sqrt{5})}{(3+2\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})}=\frac{9-6\sqrt{5}+3\sqrt{15}-2\sqrt{75}}{9-4\sqrt{25}}=\frac{9-6\sqrt{5}+3\sqrt{15}-2\sqrt{5^2\cdot 3}}{9-20}=$$
$$=\frac{9-6\sqrt{5}+3\sqrt{15}-10\sqrt{3}}{-11}= \qquad \frac{6\sqrt{5}-3\sqrt{15}+10\sqrt{3}-9}{11}$$

$$\frac{3+\sqrt{12}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{36}}{3}=\frac{3\sqrt{3}+6}{3}=\frac{\cancel{3}(\sqrt{3}+2)}{\cancel{3}}=\sqrt{3}+2$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(1+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{4-3}=5+3\sqrt{3}$$

$$\frac{12}{\sqrt{20}}=\frac{12\cdot\sqrt{20}}{\sqrt{20}\cdot\sqrt{20}}=\frac{12\cdot\sqrt{2^2\cdot 5}}{20}=\frac{\cancel{24}^{6}\sqrt{5}}{\cancel{20}_{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$$

4- Risolvi le seguente equazioni:

$9x^2 - 1 = 0 \qquad -5x^2 + 20 = 0 \qquad 3x^2 - 21 = 0 \qquad 2x^2 - 5 = 0 \qquad 4x^2 + 7 = 0$

$9x^2-1=0 \Rightarrow \frac{9x^2}{9}=\frac{1}{9} \Rightarrow x^2=\frac{1}{9} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{9}} \vee x=-\sqrt{\frac{1}{9}} \Rightarrow x=\frac{1}{3} \vee x=-\frac{1}{3}$

$-5x^2+20=0 \Rightarrow \frac{-5x^2}{-5}=\frac{-20}{-5} \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=2 \vee x=-2$

$3x^2-21=0 \Rightarrow \frac{3x^2}{3}=\frac{21}{3} \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\sqrt{7} \vee x=-\sqrt{7}$

$2x^2-5=0 \Rightarrow \frac{2x^2}{2}=\frac{5}{2} \Rightarrow x^2=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{5}{2}} \vee x=-\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{10}}{2} \vee x=-\frac{\sqrt{10}}{2}$

$4x^2+7=0 \Rightarrow 4x^2=-7 \Rightarrow x^2=-\frac{7}{4}$ L'equazione è impossibile perché non esiste la radice quadrata di un numero negativo, è un numero immaginario

5- Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x = 5 + 2y \\ x - 2y = 3 - z \\ y - 2(x-1) + \frac{z}{2} + 1 = 0 \end{cases}$$

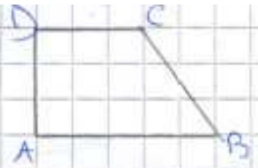
$$\begin{cases} 2x=5+2y \\ x-2y=3-z \\ y-2(x-1)+\frac{z}{2}+1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{5}{2}+y \\ x-2y=3-z \\ y-2x+2+\frac{z}{2}+1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \frac{5}{2}+y-2y=3-z \\ y-2\left(\frac{5}{2}+y\right)+2+\frac{z}{2}+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{idem} \\ -y=3-\frac{5}{2}-z \\ y-5-2y+2+\frac{z}{2}+1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ -y=\frac{1}{2}-z \Rightarrow y=-\frac{1}{2}+z \\ -\frac{1}{2}+z-2-2\left(-\frac{1}{2}+z\right)+\frac{z}{2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ z+1-2z+\frac{z}{2}-\frac{1}{2}+2 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ -z+\frac{z}{2}=\frac{5}{2}-1 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ -\frac{z}{2}=\frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ z=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ y=-\frac{1}{2}-3 \Rightarrow y=-\frac{7}{2} \\ z=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{5}{2}-\frac{7}{2} \Rightarrow x=-\frac{2}{2} \\ y=-\frac{7}{2} \\ z=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-\frac{7}{2} \\ z=-3 \end{cases} \quad \left(-1; -\frac{7}{2}; -3\right)$$

6- Risolvi il seguente problema utilizzando tre incognite:
In un trapezio rettangolo l'altezza è equivalente alla base minore e la base maggiore supera di 1 cm. il doppio dell'altezza. Il lato obliquo supera di 2 cm la base minore e il perimetro è 18 cm. Calcola l'area del trapezio



$x = \overline{AD}$ e $\overline{CD}$

$y = \overline{AB}$

$z = \overline{BC}$

$\overline{AD} = \overline{CD}$

$\overline{AB} = 2\overline{AD} + 1\,cm$

$\overline{BC} = \overline{CD} + 2\,cm$

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 18\,cm$

$$\begin{cases} y = 2x+1 \\ z = x+2 \\ 2x+y+z = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x+1 \\ \text{idem} \\ 2x+y+x+2 = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ 3x+y = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{idem} \\ \text{idem} \\ y = -3x+16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x+16 = 2x+1 \\ \text{idem} \\ \text{idem} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{-5x}{-5} = \frac{-15}{-5} \Rightarrow x = 3 \\ \text{idem} \\ y = -3(3)+16 \Rightarrow y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ z = 3+2 \Rightarrow z = 5 \\ y = 7 \end{cases} \quad (3;7;5)$$

$\overline{AD} = \overline{CD} = 3\,cm$

$\overline{AB} = 6+1 = 7\,cm$

$\overline{BC} = 5\,cm$

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(3+7)3}{2}\,cm^2 = \frac{30\,cm^2}{2} = 15\,cm^2$$